



## Ecuaciones

El lenguaje de las palabras, que puede ser oral o escrito, se denomina lenguaje coloquial.

La matemática utiliza un lenguaje particular denominado **lenguaje simbólico**.

### Lenguaje coloquial

El triple de un número.

La cuarta parte de un número.

El anterior de un número.

El doble de un número, disminuido en cuatro.

### Lenguaje simbólico

$$3 * x$$

$$a : 4$$

$$b - 1$$

$$2 * x - 4$$

Si entre un número y la letra no se indica la operación, se entiende que hay un signo de multiplicar.

$$6 * x = 6x$$

Una **ecuación** es una igualdad en la que hay, por lo menos, un valor desconocido llamado **incógnita**.

$$\underbrace{x - 3}_{1^\circ \text{ miembro}} = \underbrace{20}_{2^\circ \text{ miembro}}$$

1° miembro    2° miembro

**Resolver una ecuación** significa encontrar el valor o los valores de la incógnita que hacen verdadera la igualdad. Cada valor de la incógnita ("x") es una **solución** de la ecuación.

Para resolver una ecuación, se deben obtener **ecuaciones equivalentes**, es decir, con la misma solución, teniendo en cuenta las siguientes **propiedades**:

- Se suma o resta un mismo número a ambos miembros de la igualdad.
- Se multiplica o divide por un mismo número (distinto de cero) a ambos miembros de la igualdad.
- Se aplica una potencia o raíz a ambos miembros de la igualdad.

Todos los casos anteriores, se aplican con la "intención" de anular el término.

*Es lo que conoce comúnmente como "pasaje de término".*



Ejemplos:

$$\begin{aligned}x + 3 &= 12 \\x + 3 - 3 &= 12 - 3 \\x &= 9\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}6 * x &= 42 \\6 * x : 6 &= 42 : 6 \\x &= 7\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x^4 &= 81 \\^4\sqrt{x^4} &= ^4\sqrt{81} \\x &= 3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x - 8 &= 21 \\x - 8 + 8 &= 21 + 8 \\x &= 29\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x : 5 &= 8 \\x : 5 * 5 &= 8 * 5 \\x &= 40\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}^3\sqrt{x} &= 5 \\^3\sqrt{x^3} &= 5^3 \\x &= 125\end{aligned}$$

ACTIVIDADES:

1) Traduzcan al lenguaje simbólico.

- El doble de un número.
- El anterior del doble de un número.
- El doble del anterior de un número.
- La mitad de un número.
- La diferencia entre un número y su anterior.
- El producto entre el doble de un número y su consecutivo.

2) Escriban un problema para cada una de las siguientes ecuaciones y resuévanlas.

a.  $2 * (x - 5) = 36$

b.  $x : 2 + 24 = 2 * 15$

3) Encuentren el valor de cada incógnita y verifiquen.

a.  $8 + m = 5^2$

d.  $3 + a : 2 = 19$

b.  $t - 8 = 2^3$

e.  $y^3 = 2^5 * 2$

c.  $3 + x * 2 = 19$

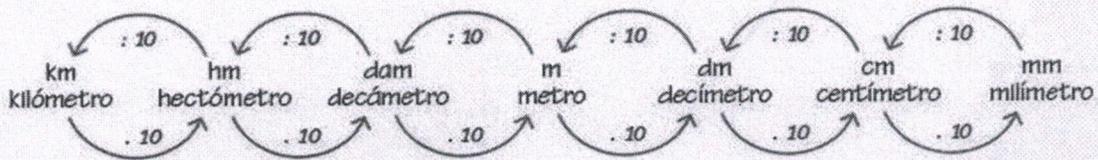
f.  $\sqrt{n} = 3^2 + 5^0$

4) Escriban en lenguaje simbólico y resuelvan. Verifiquen el resultado.

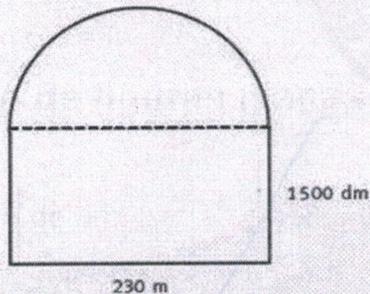
- El doble de la suma entre un número y veinticinco es igual a la mitad de ciento ochenta y cuatro, disminuido en cuatro.

## Perímetro de figuras planas.

El **perímetro** de una figura se obtiene sumando las medidas de todos los lados. Antes de calcular el perímetro, cada medida debe estar expresada en la misma unidad.



Juan quiere cercar un sector de su campo que tiene forma de un rectángulo unido a un semicírculo (como se ve en la figura). ¿Cuánto alambre necesita?



Se expresa todo en la misma unidad:

$$1500 \text{ dm} = 150 \text{ m}$$

$$\begin{aligned} \text{Perímetro del sector de campo} &= \text{largo} + \text{ancho} + \text{ancho} + \text{longitud de la semicircunferencia} \\ &= 230 \text{ m} + 150 \text{ m} + 150 \text{ m} + (2 \cdot \pi \cdot 115 \text{ m}) : 2 \\ &= 891,1 \text{ m} \end{aligned}$$

Juan necesita 891,1 m de alambre.

## ACTIVIDADES:

1) Marquen con una X las equivalencias correctas. Corrijan los casos donde no colocaron una cruz.

a. 30 m = 300 mm

d. 6,32 dam = 632 dm

b. 10 000 m = 100 km

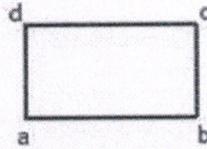
e. 0,08 hm = 0,8 km

c. 50 km = 5 000 dam

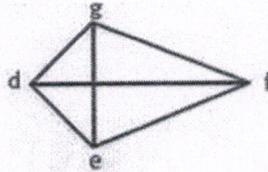
f. 153,9 cm = 0,01539 hm

2) Calculen el perímetro de cada figura.

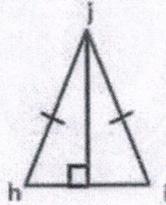
a.  $ab = 900$  cm;  $ad = 3$  m



b.  $de = 2$  cm;  $gf = 0,04$  m

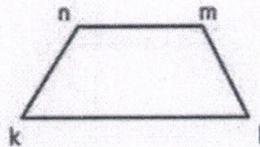


c.  $hj = 0,5$  dam;  $hi = 60$  dm



d.  $kl = 4\ 000$  mm;  $lm = 17$  dm;

$mn = 0,23$  dam;  $nk = 0,02$  hm

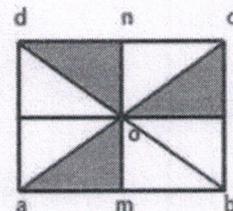


3) Calculen el perímetro de la región pintada.

a. abcd rectángulo.

$m$  punto medio de  $ab$  y  $n$  punto medio de  $dc$

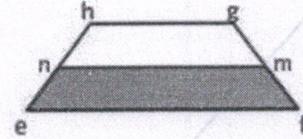
$ad = 7$  m;  $ab = 24$  m



b. efgh trapezio isósceles.

mn base media.

ef = 8 cm; hg = 4 cm; fg = 3,5 cm



## Área de figuras planas.

Para **medir una superficie** se debe elegir una unidad de medida y determinar la cantidad de veces que entra en esa superficie.

Se llama **área** a la cantidad de veces que entra en la superficie la unidad de medida elegida.

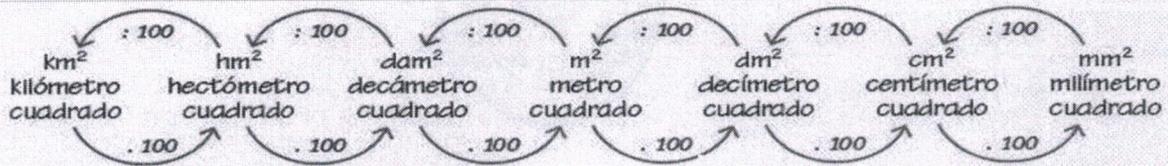
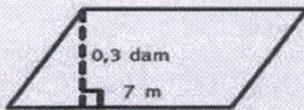


FIGURA	DIBUJO	ÁREA	FIGURA	DIBUJO	ÁREA
Triángulo		$\frac{B \cdot H}{2}$	Trapezio		$\frac{(B + b) \cdot H}{2}$
Rectángulo		$B \cdot H$	Rombo		$\frac{D_1 \cdot D_2}{2}$
Cuadrado		$L^2$	Romboide		$\frac{D_1 \cdot D_2}{2}$
Paralelogramo		$B \cdot H$	Círculo		$\pi \cdot R^2$

Para calcular el área del paralelogramo pueden seguir estos pasos:



Se expresa todo en la misma unidad.  
0,3 dam = 3 m

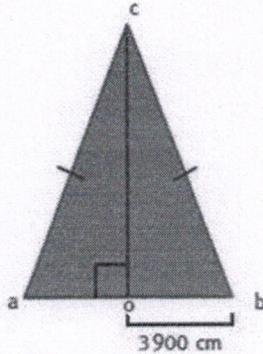
Área del paralelogramo = 7 m · 3 m

Área del paralelogramo = 21 m<sup>2</sup>

## ACTIVIDADES:

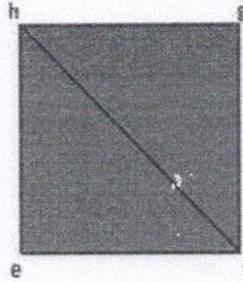
Calculen el área de las siguientes figuras. Expresen el resultado en m<sup>2</sup>.

a.  $\overline{co} = 40$  m



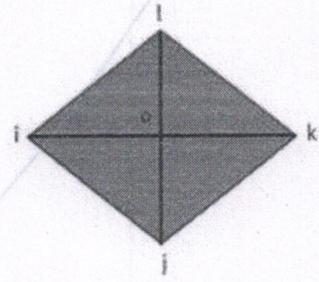
b. efgh cuadrado.

$\overline{fh} = 0,03$  hm



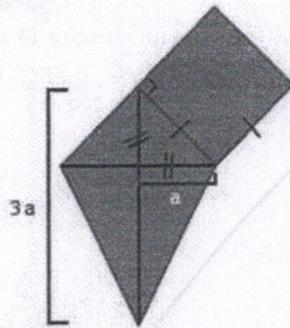
c. ijkl rombo;  $\overline{jo} = 300$  cm

$\overline{io} = 0,25$  hm

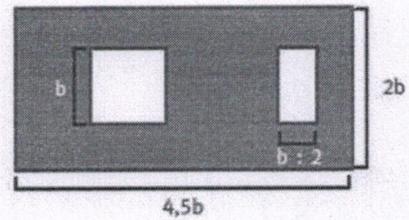


Calculen el área pintada.

a.  $a = 23$  mm



b.  $b = 3$  dam



## PROPORCIONALIDAD – REGLA DE TRES SIMPLE

La regla de 3 simple es una operación que nos ayuda a resolver rápidamente problemas de proporcionalidad, tanto directa como inversa.

Para hacer una regla de 3 simple necesitamos 3 datos: dos magnitudes proporcionales entre sí, y una tercera magnitud. A partir de estos, averiguaremos el cuarto término de la proporcionalidad.

Regla de tres simple directa

Empezaremos viendo cómo aplicarla en casos de proporcionalidad directa.

Colocaremos en una tabla los 3 datos (a los que llamamos "a", "b" y "c") y la incógnita, es decir, el dato que queremos averiguar (que llamaremos "x").

$$\begin{array}{l} a \longrightarrow b \\ c \longrightarrow x \end{array} \longrightarrow x = \frac{b \cdot c}{a}$$

Después, aplicaremos la siguiente fórmula:

COMO EJEMPLO EL SIGUIENTE PROBLEMA:

*Al llegar al hotel nos han dado un mapa con los lugares de interés de la ciudad, y nos han dicho que 5 centímetros del mapa representan 600 metros de la realidad. Hoy queremos ir a un parque que se encuentra a 8 centímetros del hotel en el mapa. ¿A qué distancia del hotel se encuentra este parque?*

Vamos a hacer la tabla con los 3 datos y la incógnita ("x"), y hallaremos "x" con la fórmula que acabamos de aprender:

<u>Centímetros</u> <u>en el mapa</u>	<u>Metros</u> <u>en la realidad</u>
5	600
8	x

$$\longrightarrow x = \frac{600 \cdot 8}{5} = 960$$

Solución: *El parque se encuentra a 960 metros del hotel*

Regla de tres simple inversa

Ahora vamos a ver cómo aplicar la regla de 3 simple en casos de proporcionalidad inversa. Colocaremos los 3 datos y la incógnita en la tabla igual que los hemos

$$\begin{array}{l} a \longrightarrow b \\ c \longrightarrow x \end{array} \longrightarrow x = \frac{a \cdot b}{c}$$

colocado en el caso anterior. Pero aplicaremos una fórmula distinta:

COMO EJEMPLO EL SIGUIENTE PROBLEMA:

*Ayer 2 camiones transportaron una mercancía desde el puerto hasta el almacén. Hoy 3 camiones, iguales a los de ayer, tendrán que hacer 6 viajes para transportar la misma cantidad de mercancía del almacén al centro comercial. ¿Cuántos viajes tuvieron que hacer ayer los camiones?*

Colocamos los datos en una tabla y aplicamos la fórmula de la regla de 3 simple inversa:

<u>Camiones</u>	<u>Viajes necesarios</u>
3	6
2	x

$$\longrightarrow x = \frac{3 \cdot 6}{2} = 9$$

Solución: **Ayer los 2 camiones hicieron 9 viajes cada uno.**



## PORCENTAJES (REGLA DE TRES SIMPLE DIRECTA).

Para sacar porcentajes siempre se considera que un dato de los porcentajes, aunque no nos lo den es **100**, esto nos permite tratar muchos problemas de porcentaje **como un tipo de regla de tres directa en la que una de las cantidades es 100.**

PARA ENCONTRAR QUE "TANTO POR CIENTO" ES UNA CANTIDAD DE OTRA:

Se dan dos cantidades y se tiene que hallar el porcentaje que representa una de otra. Hay que estar atento a qué cantidad representa el 100% u otro porcentaje expreso.

EJEMPLOS:

1) En las aulas de sexto hay 30 chicas y 20 chicos ¿qué porcentaje representan los chicos de sexto? ¿y las chicas?

$$30 + 20 = 50 \text{ alumnos en total}$$

$$50 \rightarrow 100$$

$$20 \rightarrow x$$

$$\text{Se resuelve: } X = 20 * 100 / 50 = 40$$

REPUESTA: Los chicos son 40%, por lo tanto las chicas son el 60%.

2) En las elecciones al consejo escolar el 30% de los 80 votantes eligió a Petra ¿Cuántos votos obtuvo Petra?

$$80 \text{ votos} \rightarrow 100\%$$

$$x \text{ votos} \rightarrow 30\%$$



Se resuelve:  $x = 30 * 80 / 100 = 24$ .

RESPUESTA: Petra obtiene 24 votos.

PARA CALCULAR INCREMENTOS Y DESCUENTOS:

Hay que tener en cuenta cuando es un descuento, si sacamos el porcentaje que nos descuentan, ese dato encontrado, hay que descontarlo al valor original.

EJEMPLOS:

1) Una moto cuyo precio era de \$ 25.000 cuesta en la actualidad \$ 2.500 más.  
¿Cuál es el porcentaje de aumento?

\$ 25.000 → \$ 2.500

100 % → x

Se resuelve:  $x = 2.500 * 100 / 25.000 = 10$ .

RESPUESTA: El incremento es del 10%

2) Al adquirir un vehículo cuyo precio es de \$ 388.000, nos hacen un descuento del 7,5%. ¿Cuánto hay que pagar por el vehículo?

100% → \$ 388.000

7,5 % → x

Se resuelve:  $x = 388.000 * 7,5 / 100 = 29.100$

Se resta al total del valor original, el monto del descuento:

$\$ 388.000 - \$ 29.100 = \$ 358.900$  (es lo que hay que pagar).

RESPUESTA: Hay que pagar \$ 358.900



Mónica ha comprado un pen drive. El vendedor le dice que ha descontado el 20% de su valor, siendo ese descuento de \$ 80 ¿cuánto costaba inicialmente el pen drive?

$$20\% \rightarrow \$ 80$$

$$100\% \rightarrow x$$

$$\text{Se resuelve: } x = 100 * 80 / 20 = \$ 400$$

RESPUESTA: El pen drive inicialmente costaba \$ 400.

#### ACTIVIDADES:

- 1) Dos ruedas están unidas por una correa transmisora. La primera tiene un radio de 25 cm y la segunda de 75 cm. Cuando la primera ha dado 300 vueltas, ¿cuántas vueltas habrá dado la segunda?
- 2) Seis personas pueden vivir en un hotel durante 12 días por \$ 792. ¿Cuánto costará el hotel de 15 personas durante ocho días?
- 3) 11 obreros labran un campo rectangular de 220 m de largo y 48 de ancho en 6 días. ¿Cuántos obreros serán necesarios para labrar otro campo análogo de 300 m de largo por 56 m de ancho en cinco días?
- 4) De los 800 alumnos de un colegio, han ido de viaje 600. ¿Qué porcentaje de alumnos ha ido de viaje?
- 5) El precio de un ordenador es de \$ 1200 sin IVA. ¿Cuánto hay que pagar por él si el IVA es del 21%?
- 6)Cuál será el precio que hemos de marcar en un artículo cuya compra ha ascendido a \$ 180 para ganar al venderlo el 10%.
- 7) Se vende un objeto perdiendo el 20% sobre el precio de compra. Hallar el precio de venta del citado artículo cuyo valor de compra fue de \$ 150.